

授课教师	林麦麦	授课名称	数学的智慧与乐趣	授课班级		授课地点	
授课时数	2学时	课程类型	大学科综合课	授课时间			
章节名称	第九章 意外发现的惊喜						
参考资料	《乐在其中的数学》 《啊哈！原来如此（中译本）》 《生活中的魔法数学》 《思考的乐趣：Matrix67 数学笔记》 《数学与对称》		谈祥柏 著 （美）伽德纳 著；李建臣，刘正新 译 （美）亚瑟·本杰明，迈克尔·谢尔默 著 李旭大 译 顾森 著 丘成桐，刘克峰，杨乐 著		科学出版社 科学出版社 中国传媒大学出版社 人民邮电出版社 高等教育出版社		
教学目标	<p>一、知识和技能目标：</p> <p>1. 要求学生能够通过学习了解古今中外的典型趣味问题；</p> <p>2. 要求学生能够通过具体问题的深入探讨，初步了解并掌握趣味计算、逻辑推理、运筹策略等方面的基础问题。</p>						
	<p>二、过程和方法目标：</p> <p>1. 注意借助具体问题，引入数学的基本思想方法、基础趣味问题，广泛开阔学生的眼界；</p> <p>2. 通过具体的深入探讨，有效激发学生对数学学科的浓厚兴趣。</p>						
教学重点	古今中外数学学科的典型趣味问题						
教学难点	问题的起源背景、一般解决思路与技巧性处理方法						

<p>学习内容分析</p>	<p>“第九章 意外发现的惊喜”是《数学的智慧与乐趣》的基础内容，本章的主要内容将促使学生初步了解并深刻理解数学趣味问题的基本起源、一般解决思路和具体的趣味性解决方案。对于首次接触本门课程的学生而言，利用直观、具体且易于理解的数学古算趣题，展示数学问题的技巧性解决过程至关重要。这将帮助学生有效地激发对数学的学习兴趣，良好地掌握数学问题解决的基本思想、定义内涵及其趣味解决过程。</p>
<p>学生分析</p>	<p>授课教师通过新课内容的引入介绍，帮助学生有效扭转以往认为数学“枯燥、无聊”，只有“计算、证明”，甚至是“题海、题库”的基本印象。关于古今中外各类趣味数学问题的解决思路探讨、具体步骤实施、数学工具应用的详细介绍，将激发学生对数学问题探讨的积极性，并良好地把握数学问题的思想来源、定义内涵、解决途径及其有效应用。</p>
<p>教学设计思路</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 首先说明本章的主要内容，明确学习目标、学习重点和学习难点； 2. 依据简单直观的具体数学趣味问题，明确该问题的起源背景、基本特征，提出解决问题的一般思想方法、具体解决方案和实际操作步骤； 3. 参考不同类型问题的具体解决方法，探讨数学学科的重要思想方法的灵活应用策略； 4. 依照具体问题的归纳总结，提出数学问题处理方法和思路的广泛灵活应用，并以严格的数学描述形式予以展示，通过注意事项的加强说明，使学生明确相应问题的表述形式、深刻含义、存在条件及其应用意义，从而使学生能够较为准确地把握典型的数学趣味问题。
<p>学习方法</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 通过具体问题的详细讨论过程，了解解决各种不同类型的数学趣味问题的基本思想方法和具体操作步骤，注意引导学生对数学问题的基本概念进行深入分析和全面掌握； 2. 对于具体问题的详细介绍，要求逐条展开，同时借助问题背景、性质特征、几何解释和理论说明加强学生对具体问题的有效掌握，并明确该问题的基本用途和使用价值。

教学过程		
教学环节安排	教学内容	教学方式媒体使用
新课引入	<p>第九章 意外发现的惊喜</p> 	<p>1. 介绍本章的主要内容；</p>

新课教学

§ 9.1 英文字母表中的圆周率



趣味试验

将2143除以22，然后接连接按动开平方根键两次。

$$2143 \div 22 \approx 97.4091$$
$$\sqrt{97.4091} \approx 9.8696$$
$$\sqrt{9.8696} \approx 3.14159$$

$22\pi^4 \approx 2143$

1. 引入问题——英语与数学；

1. 请学生参与实验；
2. 给出结论；

拉马努金

(1887年12月22日—1920年4月26日)，印度数学家



幼年显示数学才能，家境贫困，1904年获奖学金入贡伯戈讷姆学院，潜心研习数学。1914年在哈代的帮助下进入剑桥大学，在堆垒数论、整数分拆、椭圆函数、超几何函数、发散级数等领域有突出贡献。1918年被选为英国皇家学会会员。1919年因患肺结核病被迫回到家乡，次年病逝。

直觉洞察力较强，常能预见数学结论，经常宣称梦中娜玛卡尔女神给他启示，一早醒来就写下极为夸张的公式。哈代认为，拉马努金的高超技巧（“数感”），历史上只有欧拉和雅可比才能与之相比。他未受过严格的数学训练，却独立发现3000~4000个公式。哈代发现：公式通常有高得不可思议的幂次、多重积分、和式或连分数，犹如“言简意赅的警句，一两行之间压缩了极其丰富的数学真理”。哈代估计有2/3是欧洲数学家已经发现的，他感慨道：一个印度人孤独地对抗着欧洲积累百年的智慧。

美国南加州的趣味数学试题

证明：女孩是魔鬼

证明：

$$\begin{aligned} \text{Girl} &= \text{Time} \times \text{Money} && \text{追女孩需要时间和金钱} \\ &= \text{Money} \times \text{Money} && \text{时间等于金钱} \\ &= \text{Money}^2 && \text{Money is root of evil.} \\ &= (\sqrt{\text{evil}})^2 && \text{金钱是万恶之源} \\ &= \text{evil} && \text{女孩是魔鬼} \end{aligned}$$

1. 介绍数学家：拉马努金的人物生平；

1. 给出往届修读学生收集的有趣问题；

英语与数学趣谈

0	zero	
1	one	o, e
2	two	o
3	three	t
4	four	r
5	five	f
6	six	i
7	seven	s
8	eight	e
9	nine	i, e
10	ten	n

英语中：
任何整数与比它大1的整数
都至少有一个公共字母。

英语趣味问题

请写出下列数列括号内的一项：

10^3 , 10^9 , 10^{27} , 10^2 , 10^0 , (10^{lg^4}), ...

一千 十亿 十亿立方 一百 一 ?
One thousand **One octillion** **One** **?**

One billion **One hundred**

含a的英文单词中的最小正整数

含b的英文单词中的最小正整数

含c的英文单词中的最小正整数

.....

含f的英文单词中的最小正整数

1. 给出往届修读学生收集的有趣问题；

1. 给出往届修读学生收集的有趣问题；

§9.2 水仙花数



水仙花，中国称为“凌波仙子”，又名姚女花，历来被认为是清丽脱俗的花魂化身。

希腊神话故事

古希腊的美男子——Narcissus临流自照，为自己美丽的容貌而迷惑，恍惚他自己的影子变成了美丽的仙女。Narcissus从此如痴如醉，日夜守在池边，不思饮食睡眠，终至于死。奥林匹斯山上的众神把他变成了水仙花，就以他的名字作了花名。

心理学——“水仙花情结”
自恋狂

1. 介绍背景，引入问题；

1. 介绍希腊神话故事；

水仙花数

$$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$$

$$370 = 3^3 + 7^3 + 0^3$$

$$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3$$

$$407 = 4^3 + 0^3 + 7^3$$

$$54748 = 5^5 + 4^5 + 7^5 + 4^5 + 8^5$$

加德纳:

1. **PDI数**: n 位数其各位数字 k 次方之和仍为该数字
Perfect Digital Invariant数(完全数字不变数)
2. **PPDI数**: n 位数其各位数字 n 次方之和仍为该数字
Pluperfect Digital Invariant数(超完全数字不变数)

水仙花数——自幂数的一种

一个 n 位数，它的每个位上的数字的 n 次幂之和等于它本身

一位自幂数: **独身数**

两位自幂数: 不存在

三位自幂数: **水仙花数**

四位自幂数: **四叶玫瑰数**

五位自幂数: **五角星数**

六位自幂数: **六合数**

七位自幂数: **北斗七星数**

八位自幂数: **八仙数**

九位自幂数: **九九重阳数**

十位自幂数: **十全十美数**

1. 介绍水仙花数的特征;
2. 介绍水仙花数的学名及其内涵;

1. 介绍自幂数;

位数	解的个数	自幂数
1	9	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
2		
3	4	153, 370, 371, 407
4	3	1634, 8208, 9474
5	3	54748, 92727, 93084
6	1	548834
7	4	1741725, 4210818, 9800817, 9926315
8	3	24678050, 24678051, 88593477
9	4	146511208, 472335975, 534494836, 912985153
10	1	4679307774

§9.3 名人生日的秘密

美国第一任总统——华盛顿



生日：1732年2月22日

美国书写方式：

2221132

1. 重新排列七位数的数字次序，组成新数字；
2. 任选两数，大数减小数得差；
3. 差中各个数字求和.....
4. 直至和为个位数为止. 9

1. 向学生展示自幂数的最终结果；

1. 引入问题；

2. 请学生参与计算和讨论；

美国第35任总统——约翰·菲茨杰拉德·肯尼迪



生日：1917年5月29日

美国书写方式：
5291917

1. 重新排列七位数的数字次序，组成新数字；
2. 任选两数，大数减小数得差；
3. 差中各个数字求和.....
4. 直至和为个位数为止. 9

生日的秘密

生日：2005年3月29日

美国书写方式：
3292005

5002923

$$5002923 - 3292005 = 1710918$$

$$1 + 7 + 1 + 0 + 9 + 1 + 8 = 27$$

$$2 + 7 = 9$$

1. 重新排列七位数的数字次序，组成新数字；
2. 任选两数，大数减小数得差；
3. 差中各个数字求和.....
4. 直至和为个位数为止. 9

1. 请学生参与计算和讨论；

1. 请学生参与计算和讨论；

2. 启发学生思考问题的成因；

§ 9.4 美丽的乘法算式

$$\begin{array}{r} 8888 \\ \times 3333 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 2424 \\ 242424 \\ 24242424 \\ 242424 \\ 2424 \\ 24 \\ \hline 29623704 \end{array}$$

菱形

$$\begin{array}{r} 77777 \\ \times 66666 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 77 \\ 77777 \\ 7777777 \\ 77777777 \\ \hline 864180247 \\ \times \quad 6 \\ \hline 5185081482 \end{array}$$

宝塔形

美丽的乘法算式

$$123456789 \times 9 = 1111111101$$

$$123456789 \times 18 = 2222222202$$

$$123456789 \times 27 = 3333333303$$

$$123456789 \times 36 = 4444444404$$

$$123456789 \times 45 = 5555555505$$

$$123456789 \times 54 = 6666666606$$

$$123456789 \times 63 = 7777777707$$

$$123456789 \times 72 = 8888888808$$

$$123456789 \times 81 = 9999999909$$

1. 展现特殊的乘法算式：

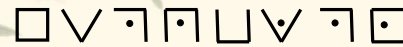
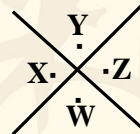
§ 9.5 石匠密码与行话数字暗切头



九宫格与交叉十字

A	E	D
F	I	H
B	G	C

N	Q	R
S	T	U
O	V	P



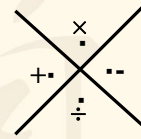
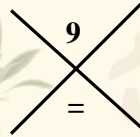
I LOVE YOU

1. 引入问题;

1. 提出问题, 请学生予以解决;
2. 介绍由九宫格和交叉十字编排的密码;
3. 请学生破译密码;

九宫格与交叉十字——英国密码专家Freemason

0	1	2
3	4	5
6	7	8



□ √ ∟ △ L > ▢ ^ □ √

$$4 \times 6 \div 2 + 7 = 19$$

行话数字暗切头

商人： 由中人工大，王五井草非
 一二三四五，六七八九十

由 中 人 工 大
 王 五 井 草 非

当铺： 由中人工大，天夫井羊非

1. 介绍中国古代的行话数字暗切头；

行话数字暗切头

挑脚、抬轿：挖竺春罗悟，交化翻旭田

挖竺春罗悟
交化翻旭田

米行： 旦底、断工、眠川、横目、缺丑、
断大、皂底、分头、丸空、田心

美国糊涂老头的银行密码

美国一老头很糊涂，记忆力糟糕透顶，平常总是丢三落四，但此人财富颇丰，多数财产存入银行，银行密码为十位数，此人从来不记密码，却也不曾忘记，总在纸上涂涂改改便知其密码。

请问：此人银行密码是多少？

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

One, two, three, four, five, ..., nine, zero

密码：8549176320

1. 介绍问题；
2. 请学生思考解决；

§ 9.6 一串数字寄相思

卓文君

汉代才女，西汉临邛(今四川邛崃)人。貌美有才气，好音律，善鼓琴，乃临邛首富卓王孙之女，新寡家居。

文君夜奔相如

《白头吟》

闻君有二意，故来相决绝。愿得一人心，白首不相离。

《怨郎诗》



司马相如

字长卿，蜀郡成都人，好读书，善弹琴，风流洒脱，文采很好，特别擅长写赋。

好友——王吉

《凤求凰》

《子虚赋》

《上林赋》

一二三四五六七
八九十百千万

怨郎诗

○别之后，○地相悬，只道是○○月，又谁知○○年。
○弦琴无心弹，○行书无可传，○曲连环从中折断，
○里长亭望眼欲穿。○思想，○系念，○般无奈把君怨，
○语○言说不完，○无聊赖○倚栏。重○登高看孤雁，
○月中秋月圆人不圆。○月半，秉烛烧香问苍天。
○月伏天，人人摇扇我心寒。○月石榴似火红，偏遭阵阵冷雨浇花端。
○月枇杷未黄，我欲对镜心意乱。急匆匆，○月桃花随水转；
飘零零，○月风筝线儿断。噫，郎呀郎，恨不得下○世，你为女来我做男。

1. 引入问题；
2. 介绍历史背景；

1. 展示千古无双数字诗；

卓文君思念丈夫司马相如寄词一首

○别之后，○地相思，只说是○○月，又谁知
○○年。○弦琴无心抚弹，○行书无信可传，
○连环从中折断，○里长亭我望眼穿。○思
念，○思念，○般无奈叫苍天，○言○语把君
怨，○无聊赖，○倚栏干。○月重阳看孤雁，
○月中秋，○月圆人未圆。○夕银河鹊桥断，
○月炎天，人人摇扇我心寒。○月端阳，怕把
龙舟看，○月霜芽懒养蚕。○春风打桃花散，
○地相思，○片痴心，梦里到关山。

§ 9.7 教我如何不想她



《教我如何不想她》是刘半农先生于1920年在伦敦时写的一首白话诗，1926年赵元任先生将此诗谱曲，在30年代中国青年知识分子中广泛流行。刘半农是语言学家、诗人、小说家、翻译家，而且还是五四新文化运动的先锋人物。他在语音学方面的成就，主要是对汉语四声的实验。在文字学方面，他的突出贡献，就是创造了汉字中作为女性的第三人称代词的“她”字。

1. 引入问题；

《教我如何不想她》

天上飘着些微云，地上吹着些微风。
啊！微风吹动了我的头发，教我如何不想她？

月光恋爱着海洋，海洋恋爱着月光。
啊！这般蜜也似的银夜，教我如何不想她？

水面落花慢慢流，水底鱼儿慢慢游。
啊！燕子你说些什么话？教我如何不想她？

枯树在冷风里摇，野火在暮色中烧。
啊！西天还有些儿残霞，教我如何不想她？

刘半农 一九二〇年八月六日 伦敦

《教我如何不想她》

她	6
想她	36
不想她	836
何不想她	2836
如何不想她	72836
我如何不想她	572836
+) 教我如何不想她	+) 1572836
何何何何何何何	2222222

1. 展示诗歌；

1. 提出问题；

§9.8 桃花源石碑诗

世外桃源 人间仙境 A FARIYLAND ON EARTH, SHANGRI



桃源县遇仙桥石碑上的一首怪诗

一怪:	机	时	得	到	桃	源	洞	文理不通
二怪:	忘	钟	鼓	馨	停	始	彼	无人能懂
三怪:	尽	闻	会	佳	期	觉	仙	格式不符
四怪:	作	惟	女	牛	底	星	人	字数缺失
	而	静	织	郎	弹	斗	下	
	机	诗	赋	又	琴	移	象	
	观	道	归	冠	黄	少	棋	

1. 引入问题;

1. 提出问题;

2. 请学生思考解决;

3. 破解谜题;

§ 9.9 回文诗与回文等式



清代女词人——吴绛雪(1650—1674)
名宗爱，永康县城后塘弄人。父士骐，曾任仙居、嘉善、嵊县教谕。绛雪自幼秉承家学，聪颖多能。9岁通音律，闻琵琶曲，即能随声唱和。11岁作七绝《题晴湖春泛图》，情景交融，见者赞赏。12岁时以诗入画，设色精绝，书法不同凡响，名噪一时。绘画擅长花卉、人物兼善写生，传世画作有《梅鹊图》、《落英》等。且姿容秀丽，有国色之誉。丈夫徐明英早逝。传世之作有诗集《六宜楼诗集》、《绿华草》和回文诗。

《题晴湖春泛图》

画桡缥缈欲凌空，两岸桃花映水红。
三十里湖晴一色，春来都在晓莺中。

《题画》

淡日横翠微，泉声相断续。
空山静无人，深林出黄犊。

《题天台采药图》

采药见桃花，路循桃花去。
春岩瑶草香，渐入云深处。

《弹琴》

香烟袅袅昼沉沉，流水空山对鼓琴。
一曲未终天欲午，落花无语卧苔荫。

1. 引入问题；

莺啼岸柳弄春情，柳弄春情夜月明。
明月夜情春弄柳，情春弄柳岸啼莺。

七言

《咏四季诗》

春 莺啼岸柳弄春晴夜月明。
香莲碧水动风凉夏日长。
秋江楚雁宿沙洲浅水流。
红炉透炭炙寒风御隆冬。

莺啼岸柳弄，春晴夜月明。
明月夜晴春，弄柳岸啼莺。

五言

香莲碧水动风凉，水动风凉夏日长。
长日夏凉风动水，凉风动水碧莲香。

七言

《咏四季诗》

夏 莺啼岸柳弄春晴夜月明。
香莲碧水动风凉夏日长。
秋江楚雁宿沙洲浅水流。
红炉透炭炙寒风御隆冬。

香莲碧水动，风凉夏日长。
长日夏凉风，动水碧莲香。

五言

1. 介绍《咏四季诗》及其玄妙之处；

秋江楚雁宿沙洲，雁宿沙洲浅水流。
流水浅洲沙宿雁，洲沙宿雁楚江秋。

七言

《咏四季诗》

莺啼岸柳弄春晴夜月明。
香莲碧水动风凉夏日长。
秋江楚雁宿沙洲浅水流。
红炉透炭炙寒风御隆冬。

秋

秋江楚雁宿，沙洲浅水流。
流水浅洲沙，宿雁楚江秋。

五言

红炉透炭炙寒风，炭炙寒风御隆冬。
冬隆御风寒炙炭，风寒炙炭透炉红。

七言

《咏四季诗》

莺啼岸柳弄春晴夜月明。
香莲碧水动风凉夏日长。
秋江楚雁宿沙洲浅水流。
红炉透炭炙寒风御隆冬。

冬

红炉透炭炙，寒风御隆冬。
冬隆御风寒，炙炭透炉红。

五言

《咏四季诗》

莺啼岸柳弄春晴夜月明。
香莲碧水动风凉夏日长。
秋江楚雁宿沙洲浅水流。
红炉透炭炙寒风御隆冬。

古风

莺啼岸柳弄，春晴夜月明。
香莲碧水动，风凉夏日长。
秋江楚雁宿，沙洲浅水流。
红炉透炭炙，寒风御隆冬。

莺啼岸，柳弄春晴夜月明。
香莲碧，水动风凉夏日长。
秋江楚，雁宿沙洲浅水流。
红炉透，炭炙寒风御隆冬。

莺啼岸柳弄春晴，夜月明。
香莲碧水动风凉，夏日长。
秋江楚雁宿沙洲，浅水流。
红炉透炭炙寒风，御隆冬。

《菩萨蛮》

——新加坡大学校长 潘受

晓窗山闹枝啼鸟，鸟啼枝闹山窗
晓。云白莽氤氲，氤氲莽白云。
院边湖外馆，馆外湖边院。
松径一声钟，钟声一径松。

回文等式

$$8+5+3+2 = 7+6+4+1$$

$$8^2+5^2+3^2+2^2=7^2+6^2+4^2+1^2$$

$$87+56+34+21=12+34+65+78$$

$$87^2+56^2+34^2+21^2=12^2+43^2+65^2+78^2$$

$$81+54+36+27=72+63+45+18$$

$$81^2+54^2+36^2+27^2=72^2+63^2+45^2+18^2$$

$$84+37+56+21=12+65+73+48$$

$$84^2+37^2+56^2+21^2=12^2+65^2+73^2+48^2$$

1. 展现回文等式；

	 <p style="text-align: center;">《璇玑图》 —— 苏惠</p>	<p>1. 介绍《璇玑图》;</p>
<p style="text-align: center;">课堂小结</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 授课过程中，应充分调动学生的学习积极性，改变以往“老师讲、学生听”的传统教学方式，让学生更多地参与进来，积极投入课堂学习中； 2. 通过新颖数学趣味问题的引入、介绍、研讨和反思，为学生打开数学学科不同以往、引人入胜的全新一面； 3. 区别于以往数学问题的枯燥乏味、计算证明，更加突出和强调数学问题逻辑推理的应用价值、巧妙计算的趣味性。 	
<p style="text-align: center;">课后反思</p>		